



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI
I SPORTULUI
INSPECTORATUL COLAR JUDEȚEAN - ILFOV
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZIC
Ediția a 48-a; 1 – 6 aprilie 2012
PROBA PRACTICĂ

XII
B

Lucrarea B

Problema 1. Radiosonde spațiale în atmosferele unor planete necunoscute

Un satelit special a fost lansat de pe Pământ, spre un Sistem Planetar aflat în afara Sistemului Solar, având ca obiectiv culegerea și transmiterea de informații referitoare la atmosferele, constituite din CO_2 , a două planete necunoscute ($P_1; P_2$). Când satelitul a trecut prin apropierea fiecărei planete, de pe acesta a fost lansată câte o radiosondă. Coborând uniform spre fiecare planetă, pe direcții verticale, radiosondele ($R_1; R_2$) au transmis informații referitoare la presiunile atmosferice ale celor două planete.

Graficul presiunii, p , exprimat în unități convenționale, în funcție de durata coborârii, t , exprimat în secunde, pentru atmosfera planetei P_1 , este prezentat în figura 1. Ajunșând pe suprafața planetei P_1 , radiosonda spațială R_1 a determinat și a transmis pe satelit valorile pentru accelerația gravitațională și pentru temperatura de la baza atmosferei: $g_0 = 10 \text{ ms}^{-2}$; $T_0 = 700 \text{ K}$.

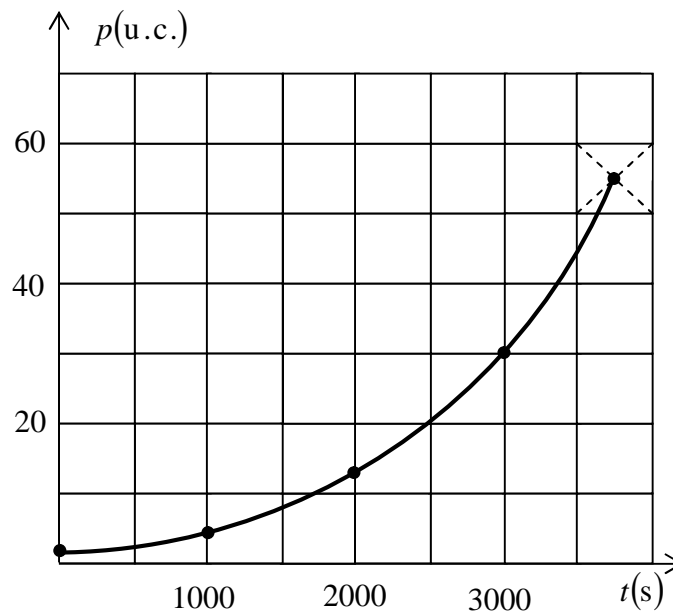


Fig. 1

Cerințe

- a) Să se determine altitudinea h_0 de la care radiosonda spațială R_1 a început coborârea uniformă și transmiterea informațiilor spre satelit.

b) Să se determine temperatura atmosferei planetei P_1 la altitudinea $h = 39,6$ km. Se cunosc: constanta universală a gazelor perfecte, $R = 8,3$ J/molK; masa molară a CO_2 , $\mu = 44$ g/mol.

c) Graficul presiunii, p , exprimat în unități convenționale, în funcție de durata coborârii, t , exprimat în secunde, pentru atmosfera planetei P_2 , este prezentat în figura 2. Ajungând pe suprafața planetei P_2 , radiosonda spațială R_2 a determinat și a transmis pe satelit valorile pentru accelerația gravitațională și pentru temperatura de la baza atmosferei: $g_0 = 8$ ms⁻²; $T_0 = 750$ K.

Să se traseze graficele dependențelor $p = f(h)$ și $T = f(h)$ pentru atmosfera planetei P_2 , dacă aceasta este constituită tot din CO_2 .

Se va considera că accelerațiile gravitaționale sunt constante de-a lungul sectoarelor pe care coboară cele două radiosonde.

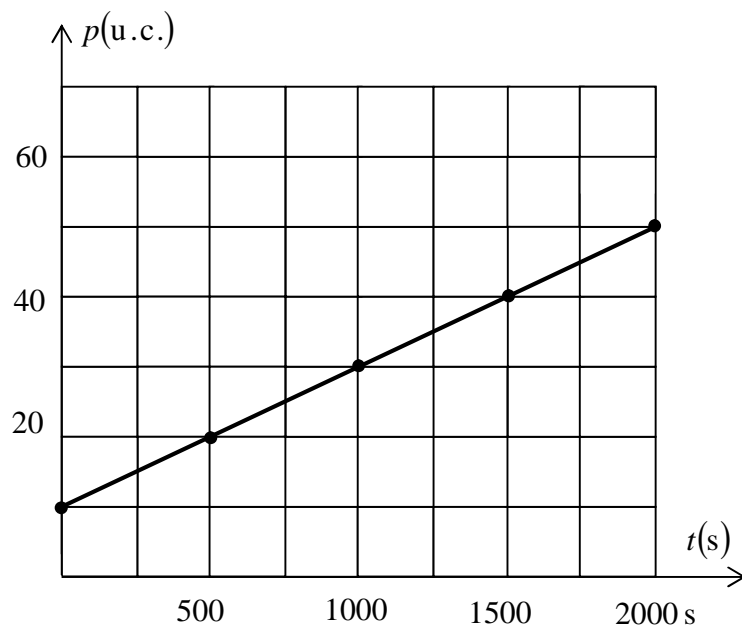
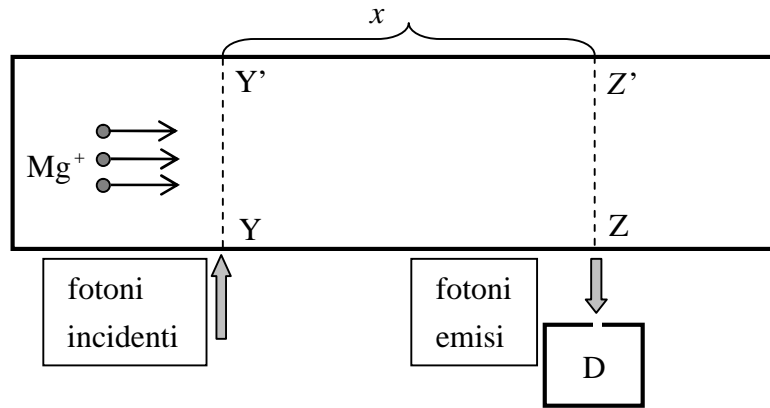


Fig. 2

Lucrarea B

Problema 2. Ioni de magneziu (Mg^+) iradiază

Un fascicul de ioni de Mg^+ , accelerați sub o diferență de potențial $U = 100$ kV, parcurge un tub vidat, așa cum indică figura alăturată. În secțiunea YY' fasciculul de ioni este intersectat de un fascicul de fotoni cu energiile $E_1 = 10$ eV, producându-se excitarea ionilor Mg^+ .



Cu un detector D, prev zut cu un colimator îngust, se înregistreaz numărul de fotoni N_f , cu energiile E_1 , emi i din fascicolul de ioni la distan a x fa de sec iunea YY', conform tabelului al turat.

x (cm)	2	4	6	8	10
$N_f(x)$	905	465	215	108	51

Se tie c :

- dac N_0 este num rul ini ial al ionilor de Mg^+ excita i, atunci, dup un timp t num rul ionilor existen i înc în stare excitat este dat de expresia: $N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$, unde τ este timpul mediu de via al unui ion în stare excitat ;

- num rul fotonilor emi i de fascicolul de ioni în sec iunea ZZ', la distan a x fa de sec iunea YY', este dat de expresia: $N_f(x) = K \frac{N(t)}{\tau}$, unde K este o constant de propor ionalitate.

Cerin e

- S se determine* timpul mediu de via al st rii excitate, de energie E_1 , al ionului de Mg^+ .
- S se determine* valoarea constantei de propor ionalitate K , tiind c $N_0 = 10^{20}$.
- Dac în sec iunea YY' fascicolul de ioni de Mg^+ este iradiat cu fotoni de energie $E_2 = 11,6 \text{ eV}$, se constat c distan a de-a lungul creia num rul de fotoni cu energia E_2 , emi i din fascicol scade la jum tate, este de $n = 7$ ori mai mic decât în cazul anterior. *S se determine* timpul mediu de via al st rii de excita ie E_2 , pentru ionul de Mg^+ .

Se dau: $A_{Mg} = 24$; $1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Se tie c : $\ln 1890 = 7,544$.



**MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI
 I SPORTULUI**
INSPECTORATUL COLAR JUDEȚEAN - ILFOV
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ
Ediția a 48-a; 1 – 6 aprilie 2012
PROBA PRACTICĂ

XII
B

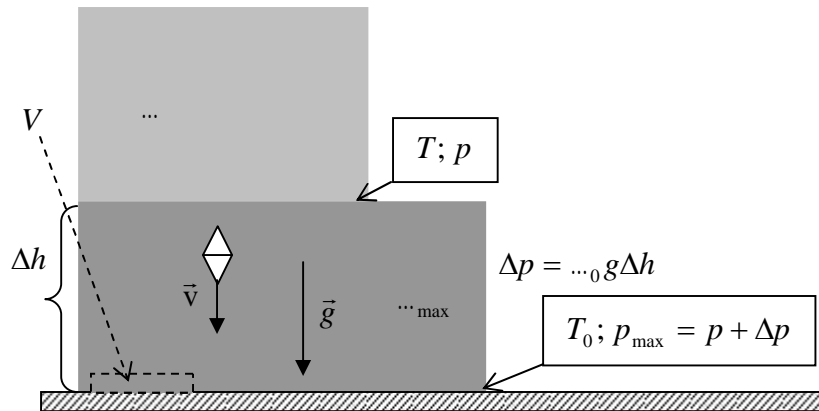
Lucrarea B

Problema 1 – Rezolvare – Barem de notare – 5,00 puncte

a) 1,50 puncte

Presiunea și densitatea atmosferei planetei cresc atunci când altitudinea scade. Presiunea exercitată de atmosferă pe suprafața planetei este p_{\max} .

În figura alăturată este reprezentată o porțiune din atmosfera foarte subțire, cu grosimea Δh , de la baza atmosferei planetei P_1 , paralel cu suprafața orizontală a planetei, acolo unde densitatea gazului atmosferic se poate considera constantă, ρ_{\max} . În interiorul acestei porțiuni, atât presiunea atmosferică, cât și temperatura sunt variabile. La baza ei, acolo unde presiunea este p_{\max} , temperatura gazului este T_0 .



În aceste condiții se poate scrie că :

$$p_{\max} = p + \Delta p;$$

$$\Delta p = \rho_{\max} g_0 \Delta h,$$

unde Δp este variația presiunii atmosferice datorată ultimei variații, Δh , a altitudinii, iar g_0 este accelerația gravitațională în apropierea suprafeței planetei P_1 ;

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\rho_{\max} g_0}.$$

În aceeași figură este reprezentată și porțiunea gazoasă imediat superioară, acolo unde densitatea se poate considera constantă, ρ . La baza ei, presiunea atmosferică este p , iar temperatura este T .

Pentru un volum oarecare de gaz, V , de la baza porțiunii inferioare, în interiorul crucii se află ν moli de gaz, unde se poate considera că atât presiunea, p_{\max} , cât și temperatura, T_0 , sunt constante, în acord cu legea Mendeleev – Klaperyon, rezultă :

$$p_{\max} V = \nu R T_0 = \frac{m}{\mu} R T_0;$$

$$p_{\max} \sim = \frac{m}{V} RT_0 = \dots_{\max} RT_0;$$

$$\dots_{\max} = \frac{p_{\max} \sim}{RT_0}.$$

Pe ultimul sector al traseului s u, înainte de atingerea suprafe ei planetei P₁, radiosonda se deplaseaz uniform pe distan a Δh din imediata apropiere a suprafe ei planetei P₁, cu viteza v̄, în intervalul de timp Δt, astfel încât:

$$\Delta h = v \Delta t;$$

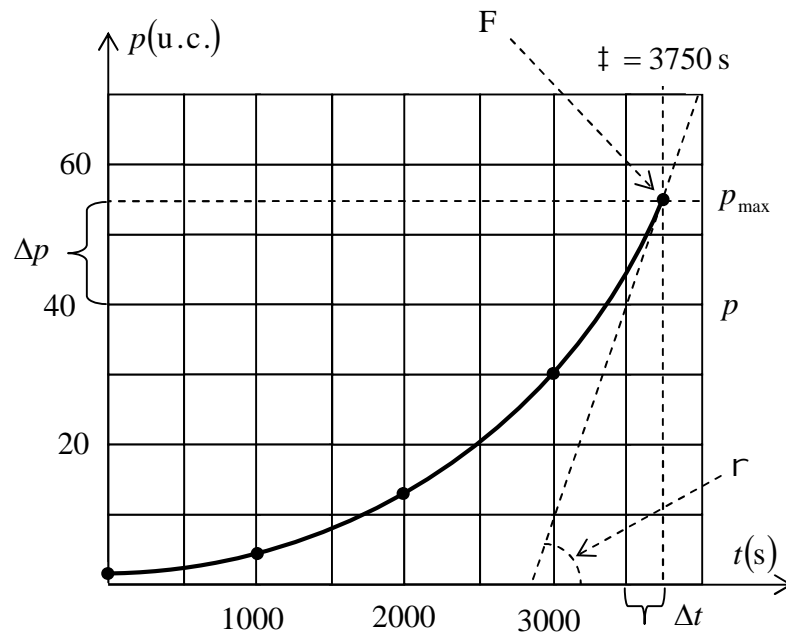
$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\dots_{\max} g_0}; \dots_{\max} = \frac{p_{\max} \sim}{RT_0};$$

$$\frac{\Delta p}{\dots_{\max} g_0} = v \Delta t; v = \frac{\Delta p}{\dots_{\max} g_0 \Delta t}; v = \frac{\Delta p}{\frac{p_{\max} \sim}{RT_0} g_0 \Delta t};$$

$$v = \frac{RT_0 \Delta p}{g_0 \sim p_{\max} \Delta t},$$

unde, în acord cu figura al turat , corespunz tor punctului final al graficului, F, ale c rui coordonate sunt (‡; p_{max}), tangenta trigonometric a unghiului r dintre tangenta geometric la grafic i axa t este:

$$\tan r = \frac{\Delta p}{\Delta t}.$$



Deoarece în expresia:

$$v = \frac{RT_0 \Delta p}{g_0 \sim p_{\max} \Delta t},$$

intervine raportul $\frac{\Delta p}{p_{\max}}$, nu sunt importante unitile de măsură folosite în grafic pe axa p , acolo unde ele au fost considerate “unități convenționale”. Determinând din grafic:

$$\frac{\Delta p}{p_{\max} \Delta t},$$

rezult :

$$v = \frac{\Delta p}{p_{\max} \Delta t} \frac{RT_0}{g_0};$$

$\frac{\Delta p}{p_{\max} \Delta t}$	$\frac{15 \text{ u.c.}}{55 \text{ u.c.} \cdot 250 \text{ s}} = \frac{3}{2750} \frac{1}{\text{s}}$	$\frac{45 \text{ u.c.}}{55 \text{ u.c.} \cdot 750 \text{ s}} = \frac{3}{2750} \frac{1}{\text{s}}$
--------------------------------------	---	---

$$v = \frac{3}{2750} \frac{1}{\text{s}} \frac{8,3 \frac{\text{J}}{\text{molK}} 700 \text{ K}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} 44 \frac{10^{-3} \text{ kg}}{\text{mol}}} = 14,4 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$H_0 = v \ddagger; \ddagger = 3.750 \text{ s};$$

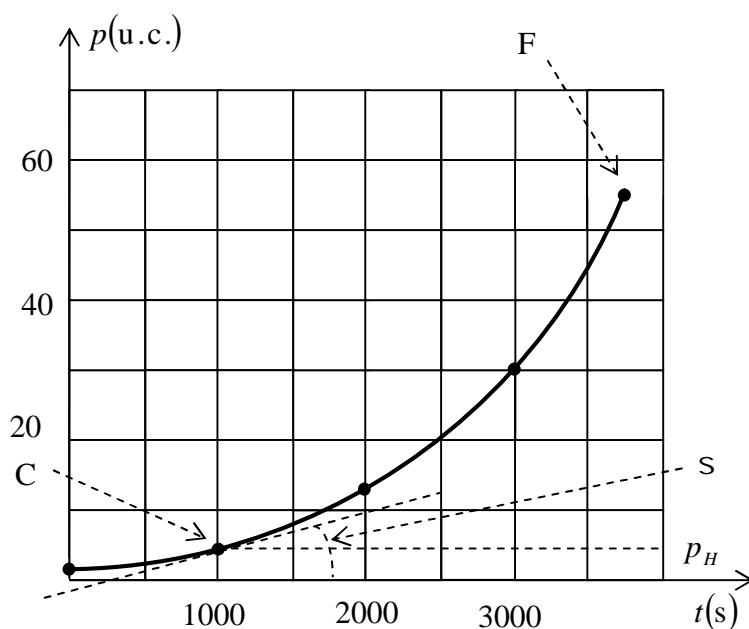
$$H_0 = 54.000 \text{ m} = 54 \text{ km}.$$

b) 1,50 puncte

Coborând de la altitudinea inițială, $h_0 = 54 \text{ km}$, cu viteza $v = 14,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, radiosonda a ajuns la altitudinea $h = 39,6 \text{ km}$, durata parcurgerii distanței $h_0 - h = 14,4 \text{ km}$, fiind:

$$t = \frac{h_0 - h}{v} = \frac{14400 \text{ m}}{14,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1000 \text{ s}.$$

Graficul din figura alăturată permite să notăm că, după cele 1000 s de coborâre a radiosondei, la altitudinea $h = 39,6 \text{ km}$, presiunea atmosferică este $p_h = 4 \text{ u.c.}$, coordonate care corespund punctului curent C de pe grafic.



În aceste condiții, corespunzător punctului C de pe grafic, calculați:

$$\tan S = \left(\frac{\Delta p}{\Delta t} \right)_C;$$

$$\left(\frac{\Delta p}{p \Delta t} \right)_C = \frac{1}{p_h} \left(\frac{\Delta p}{\Delta t} \right)_C = \frac{1}{4 \text{ u.c.}} \frac{3 \text{ u.c.}}{500 \text{ s}} = \frac{3}{2000} \frac{1}{\text{s}};$$

$$\left(\frac{\Delta p}{p \Delta t} \right)_C = p_h \left(\frac{\Delta t}{\Delta p} \right)_C = 4 \text{ u.c.} \cdot \frac{500 \text{ s}}{3 \text{ u.c.}} = \frac{2000}{3} \text{ s};$$

$$v = \left(\frac{\Delta p}{p \Delta t} \right)_C \frac{RT_h}{g_0};$$

$$v = \frac{1}{p_h} \left(\frac{\Delta p}{\Delta t} \right)_C \frac{RT_h}{g_0};$$

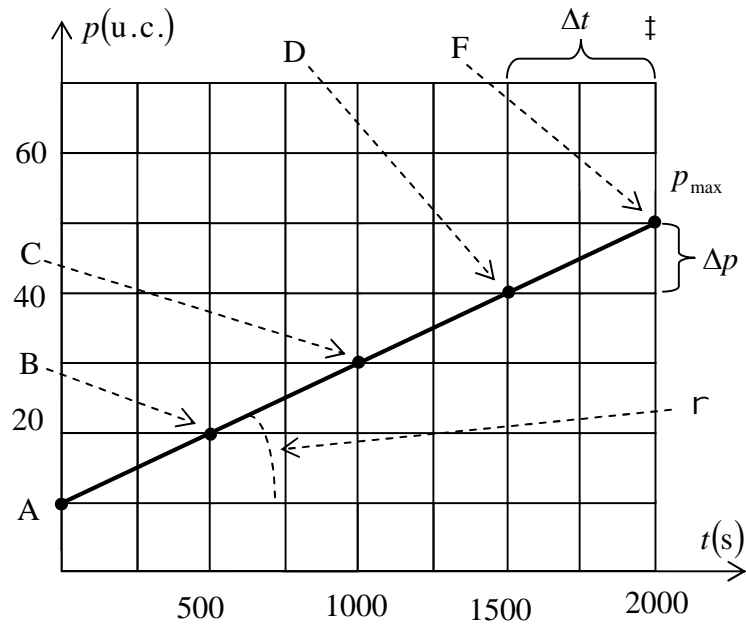
$$T_h = \frac{v g_0}{\frac{1}{p_h} \left(\frac{\Delta p}{\Delta t} \right)_C R}; \quad T_h = p_h \left(\frac{\Delta t}{\Delta p} \right)_C \frac{v g_0}{R};$$

$$T_h = \frac{2000}{3} \text{ s} \frac{14,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 44 \frac{10^{-3} \text{ kg}}{\text{mol}}}{8,3 \frac{\text{J}}{\text{molK}}};$$

$$T_h = 508,9 \text{ K}.$$

c) 1,50 puncte

În acord cu cele demonstrate în varianta anterioară, corespunzător punctelor F, D, C, B și A de pe graficul prezentat în figura alăturată, rezultă:



$$v = \frac{\Delta p}{p_{\max} \Delta t} \frac{RT_0}{g_0 \sim};$$

$$v = \frac{10 \text{ u.c.}}{50 \text{ u.c.} \cdot 500 \text{ s}} \frac{8,3 \frac{\text{J}}{\text{molK}} 750 \text{ K}}{8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} 44 \frac{10^{-3} \text{ kg}}{\text{mol}}} \approx 7 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$h_0 = v \ddagger = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}} 2000 \text{ s} = 14.000 \text{ m} = 14 \text{ km};$$

$$h_F = 0;$$

$$F(p = 50 \text{ u.c.}; h = 0 \text{ km}; T = 750 \text{ K});$$

$$T_D = p_D \left(\frac{\Delta t}{\Delta p} \right)_D \frac{v g_0 \sim}{R} = 593,7 \text{ K};$$

$$h_D = h_0 - 7 \frac{\text{m}}{\text{s}} 1500 \text{ s} = 14 \text{ km} - 10.500 \text{ m} = 3,5 \text{ km};$$

$$D(p = 40 \text{ u.c.}; h = 3,5 \text{ km}; T = 593,7 \text{ K});$$

$$T_C = p_C \left(\frac{\Delta t}{\Delta p} \right)_C \frac{v g_0 \sim}{R} = 445,3 \text{ K};$$

$$h_C = h_0 - 7 \frac{\text{m}}{\text{s}} 1000 \text{ s} = 14 \text{ km} - 7.000 \text{ m} = 7 \text{ km};$$

$$C(p = 30 \text{ u.c.}; h = 7 \text{ km}; T = 445,3 \text{ K});$$

$$T_B = p_B \left(\frac{\Delta t}{\Delta p} \right)_B \frac{v g_0 \sim}{R} = 296,8 \text{ K};$$

$$h_B = h_0 - 7 \frac{\text{m}}{\text{s}} 500 \text{ s} = 14 \text{ km} - 3.500 \text{ m} = 10,5 \text{ km};$$

$$B(p = 20 \text{ u.c.}; h = 10,5 \text{ km}; T = 296,8 \text{ K});$$

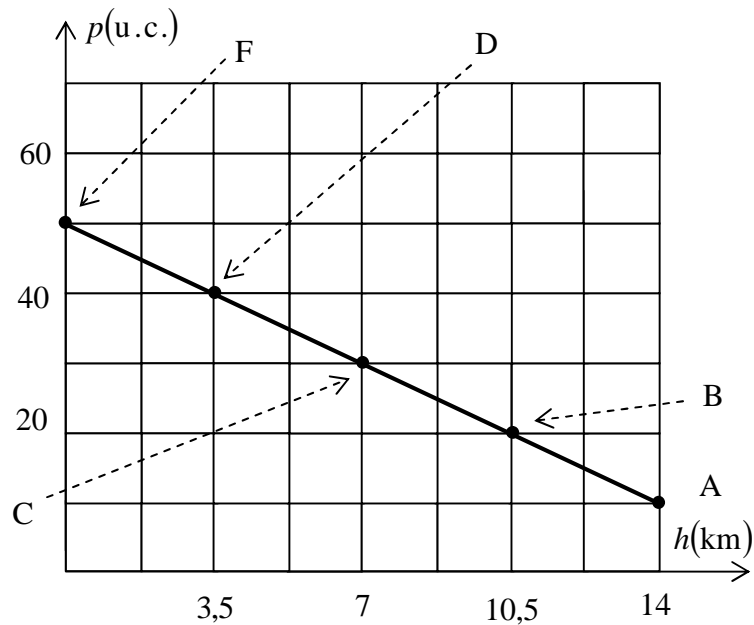
$$T_A = p_A \left(\frac{\Delta t}{\Delta p} \right)_A \frac{v g_0}{R} = 148,4 \text{ K};$$

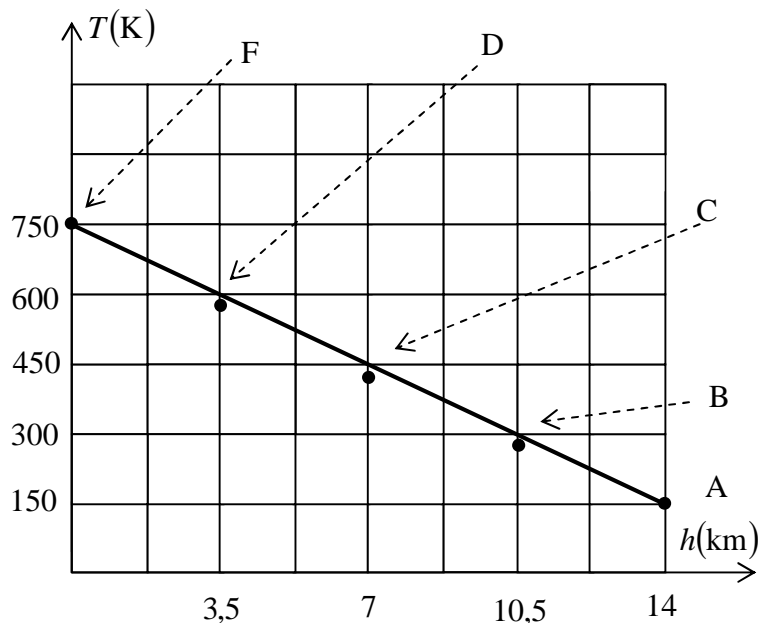
$$h_A = 14 \text{ km};$$

$$A(p = 10 \text{ u.c.}; h = 14 \text{ km}; T = 148,4 \text{ K}).$$

Utilizând datele din tabelul al turat, graficele dependen elor $p = f(h)$ i $T = f(h)$ pentru planeta P_2 sunt cele reprezentate în desenele al turate.

t	0	500 s	1000 s	1500 s	2000 s
p	10 u.c.	20 u.c.	30 u.c.	40 u.c.	50 u.c.
h	14 km	10,5 km	7 km	3,5 km	0
T	148,4 K	296,8 K	445,3 K	593,3 K	750 K





Oficiu0,50 puncte

Lucrarea B

Problema 2 – Rezolvare – Barem de notare – 5,00 puncte

a) 1,50 puncte

Viteza unui ion de Mg^+ accelerat sub tensiunea U , se calculează din:

$$\frac{mv^2}{2} = eU,$$

unde m este masa ionului de Mg^+ ;

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2eU}{A_{Mg}u}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 10^5 \text{ V}}{24 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 8,93 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Dacă N_0 este numărul ionilor de Mg^+ , aflați în stare excitată la momentul inițial, atunci numărul ionilor existenți încă în stare excitată după timpul t este dat de expresia:

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau_1},$$

unde τ_1 este timpul mediu de viață al stării excitate cu energia E_1 .

Numărul fotonilor cu energia E_1 emiși de fasciculul de ioni în secunța ZZ' , la distanța x față de secunța YY' , este:

$$N_f(x) = K \frac{N(t)}{\tau_1} = K \frac{N_0}{\tau_1} e^{-x/\tau_1}.$$

Rezult :

$$\ln N_f(x) = \ln \left(K \frac{N_0}{\dagger_1} \right) - \frac{x}{v \dagger_1};$$

$$\ln N_f(x) = y;$$

$$-\frac{1}{v \dagger_1} = a;$$

$$\ln \left(K \frac{N_0}{\dagger_1} \right) = b;$$

$$y = ax + b,$$

unde coeficienii a și b se determină fie prin metoda celor mai mici pătrate, fie din graficul dependenței $y = f(x)$, adică din graficul dependenței $\ln N_f(x) = f(x)$.

Utilizând metoda celor mai mici pătrate, precum și informațiile din tabelul alăturat, rezultă :

x (cm)	2	4	6	8	10
$N_f(x)$	905	465	215	108	51
$\ln N_f(x)$	6,80	6,14	5,37	4,68	3,93

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i - n \sum_{i=1}^n x_i y_i}{\left[\sum_{i=1}^n x_i \right]^2 - n \sum_{i=1}^n x_i^2};$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i}{\left[\sum_{i=1}^n x_i \right]^2 - n \sum_{i=1}^n x_i^2},$$

unde $n = 5$;

$$\sum_{i=1}^5 x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 30 \text{ cm};$$

$$\sum_{i=1}^5 y_i = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 = 26,92;$$

$$\sum_{i=1}^5 x_i y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4 + x_5 y_5 = 147,12 \text{ cm};$$

$$\left[\sum_{i=1}^5 x_i \right]^2 = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)^2 = 900 \text{ cm}^2;$$

$$\sum_{i=1}^5 x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 220 \text{ cm}^2;$$

$$a = \frac{(30 \text{ cm}) \cdot 26,92 - 5 \cdot 147,12 \text{ cm}}{900 \text{ cm}^2 - 5 \cdot 220 \text{ cm}^2} = \frac{72 \text{ cm}}{-200 \text{ cm}^2} = -0,36 \frac{1}{\text{cm}} = -36 \frac{1}{\text{m}};$$

$$b = \frac{(30 \text{ cm}) \cdot 147,12 \text{ cm} - 220 \text{ cm}^2 \cdot 26,92}{-200 \text{ cm}^2} = \frac{1508,8}{200} = 7,544;$$

$$-\frac{1}{v\tau_1} = a; a = -36 \frac{1}{m};$$

$$\tau_1 \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ s.}$$

Dacă se utilizează graficul dependenței $\ln N_f = f(x)$, reprezentat în figura alăturată, rezultă:

$$\tan r = -a;$$

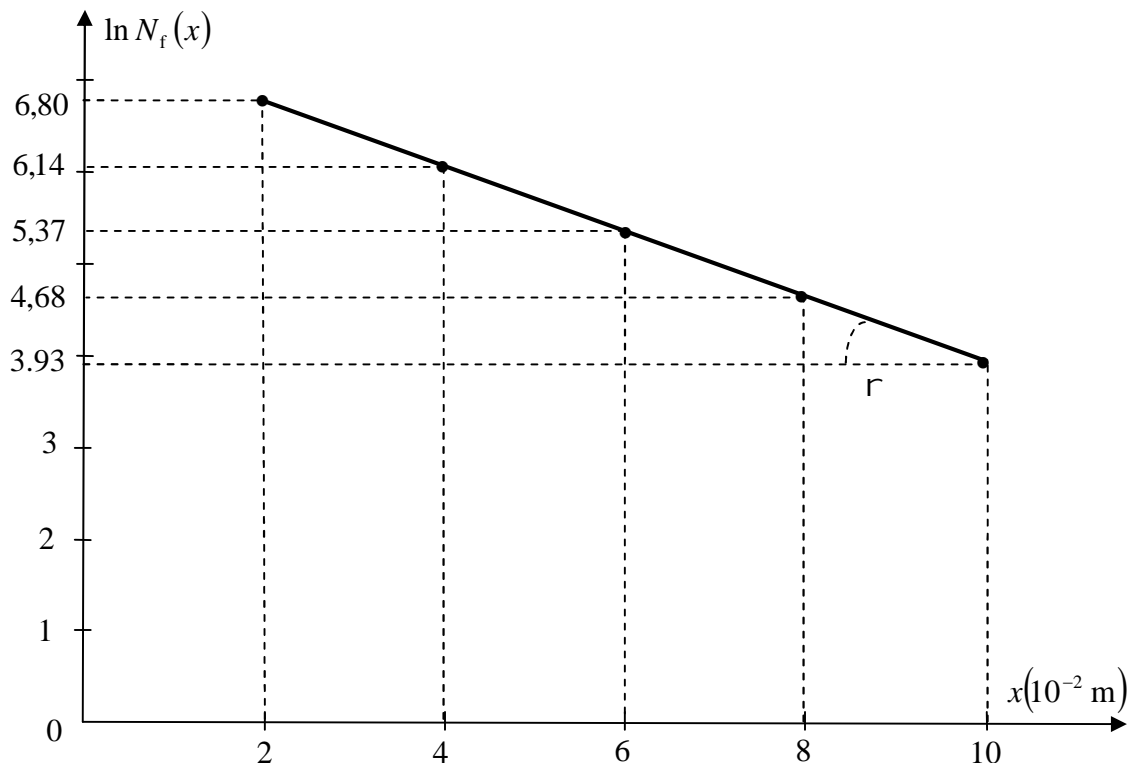
$$\tan r = \frac{\Delta(\ln N_f)}{\Delta x} = \frac{6,80 - 3,93}{8 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = \frac{2,87}{8 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 35,875 \frac{1}{m};$$

$$\frac{1}{v\tau_1} = \tan r;$$

$$\tau_1 = \frac{1}{\tan r \cdot v} = \frac{1}{35,875 \frac{1}{m} \cdot 8,93 \cdot 10^5 \frac{m}{s}} = \frac{10^{-5}}{35,875 \cdot 8,93} \text{ s} \approx 3,1 \cdot 10^{-8} \text{ s.}$$

Pentru mai multe determinări se utilizează datele înscrise în tabelul alăturat.

Nr. det.	$\Delta(\ln N_f)$	Δx	$\tan r$	τ_1
1	2,87	$8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	35,875	$3,1 \cdot 10^{-8} \text{ s}$
2	2,12	$6 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	35,333	$3,2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$
3	1,43	$4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	35,75	$3,1 \cdot 10^{-8} \text{ s}$
4	0,66	$2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	33,00	$3,4 \cdot 10^{-8} \text{ s}$



b) 1,50 puncte

$$\ln\left(K \frac{N_0}{\tau_1}\right) = b;$$

$$b = 7,544; \ln\left(K \frac{N_0}{\tau_1}\right) = 7,544;$$

$$K \frac{N_0}{\tau_1} = e^{7,544};$$

$$K = \frac{1889,37\tau_1}{N_0} = 5,67 \cdot 10^{-25} \text{ s.}$$

c) 1,50 puncte

Când numărul de fotoni cu energia E_1 emiși din fasciculul ionilor de Mg^+ excitați scade la jumătate, înseamnă că numărul ionilor de Mg^+ excitați scade la jumătate, astfel încât, pentru distanța x_1 unde se întâmplă acest fapt, obținem:

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau_1};$$

$$N(t_1) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-t_1/\tau_1};$$

$$2^{-1} = e^{-t_1/\tau_1}; \ln 2 = \frac{t_1}{\tau_1} = \frac{x_1}{\tau_1 v};$$

$$x_1 = \tau_1 v \ln 2.$$

Asemănător, atunci când excitarea ionilor de Mg^+ se face cu fotoni având energia E_2 , al cărui timp mediu de viață este τ_2 , reducerea la jumătate a numărului de fotoni emiși prin dezexcitare se face la distanța:

$$x_2 = \tau_2 v \ln 2.$$

În aceste condiții, rezultă:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{\tau_1 v \ln 2}{\tau_2 v \ln 2} = \frac{\tau_1}{\tau_2};$$

$$\tau_2 = \frac{\tau_1 x_2}{x_1} = \frac{\tau_1}{\frac{x_1}{x_2}} = \frac{\tau_1}{n};$$

$$\tau_2 \approx 0,42 \cdot 10^{-8} \text{ s.}$$

Oficiu0,50 puncte